

Protokoll zum Versuch Zeeman-Effekt

Tina Clauß, Jan Steinhoff
Betreuer: Dr. Zöllner

7. April 2004

Inhaltsverzeichnis

1	Aufgabenstellung	4
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Der normale Zeeman-Effekt (nach [5] und [1])	4
2.2	Der anomale Zeeman-Effekt (nach [5] und [1])	6
2.3	Das Fabry-Perot-Interferometer (nach [3] und [5])	6
2.4	Die Lummer-Gehrcke-Platte (nach [4])	7
3	Versuchsaufbau und Messprinzip	7
4	Auswertung	8
4.1	Messung mit dem FPI	8
4.2	Messung mit der LGP	9
A	Messprotokoll	10

1 Aufgabenstellung

1. Bestimmung des Verhältnisses e/m aus der Aufspaltung der Zn-Linie $\lambda = 468.01\text{nm}$ in einem veränderlichen Magnetfeld (Lichtquelle: Zn-Lampe ZNE-16).
2. Untersuchung der Zn-Linien $\lambda_1 = 468.01\text{nm}$, $\lambda_2 = 472.2\text{nm}$ und $\lambda_3 = 481.05\text{nm}$ und Überprüfen des Ergebnisses hinsichtlich der Möglichkeit, sie zur Bestimmung des e/m -Verhältnisses zu nutzen.
3. Untersuchung des Zeeman-Effektes der roten Zn-Linie $\lambda = 636.23\text{nm}$ mittels Lummer-Gehrcke-Platte.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Der normale Zeeman-Effekt (nach [5] und [1])

Pieter Zeeman beobachtete 1896 eine Verbreiterung der Na-D Linien, indem er die Lichtquelle einem Magnetfeld aussetzte. Bei genauerer Betrachtung ergibt sich sogar eine Aufspaltung in zwei bzw. drei Linien. Bei Beobachtung senkrecht zum Magnetfeld erhält man die ursprüngliche Linie, die parallel zum B-Feld linear polarisiert ist, sowie zwei weitere Linien im gleichen Abstand zur Ausgangslinie, die aber senkrecht zum B-Feld linear polarisiert sind. Beobachtet man hingegen parallel zum Magnetfeld fehlt die ursprüngliche Linie und die beiden anderen Linien sind gegenläufig zirkular polarisiert (Abbildung 1).

Dieser normale Zeeman-Effekt läßt sich mit der Elektronentheorie von H.A. Lorentz klassisch erklären. Nach dieser Theorie sind im Atom geladene Teilchen (später Elektronen genannt) vorhanden, die durch eine harmonische Kraft an ihre Gleichgewichtslage gebunden sind ("Rosinen-Pudding-Modell"). Regt man diese Elektronen zum Schwingen an, so erzeugen sie Elektromagnetische Wellen (schwingender Dipol). Auf diese Weise werden die Spektrallinien erklärt.

Fügt man diesem Modell nun ein Magnetfeld \mathbf{B} hinzu, so bewegt sich das Elektron nach den Differentialgleichungen

$$m\ddot{\mathbf{r}} = -m\omega_0^2\mathbf{r} - e\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

Legt man das \mathbf{B} -Feld in Richtung der z-Achse, so erhält man:

$$m\ddot{x} = -m\omega_0^2x - e\dot{y}B \quad (2)$$

$$m\ddot{y} = -m\omega_0^2y + e\dot{x}B \quad (3)$$

$$m\ddot{z} = -m\omega_0^2z \quad (4)$$

Die Lösung von Gleichung 4 ist eine harmonische Schwingung mit unveränderter Frequenz ω_0 . Die Gleichungen 2 und 3 können durch die Substitution

$$u = x + iy \quad (5)$$

$$v = x - iy \quad (6)$$

gelöst werden. Die Differentialgleichungen für u lautet dann:

$$m\ddot{u} = -m\omega_0^2u + ie\dot{u}B \quad (7)$$

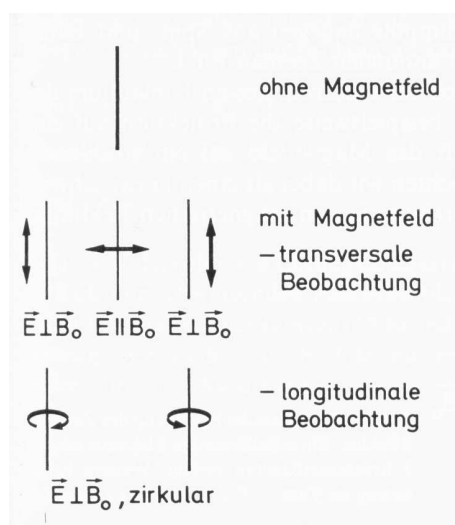


Abbildung 1: Der normale Zeeman-Effekt [1]

Die Gleichung für v ist das komplex Konjugierte von (7). Der Ansatz $u = e^{i\omega t}$ ergibt

$$\omega = \frac{e}{2m} + \sqrt{\left(\frac{e}{2m}\right)^2 + \omega_0^2} \approx \omega_0 + \frac{e}{2m} \quad (8)$$

Die Rechnung für v verläuft analog. Das Ergebnis ist:

$$u = e^{i(\omega_0 + \frac{e}{2m})t} \quad (9)$$

$$v = e^{i(\omega_0 - \frac{e}{2m})t} \quad (10)$$

u und v beschreiben also jeweils eine Kreisbewegung in der komplexen Ebene, u mit erhöhter und v mit verringerter Frequenz. Nach den Gleichungen 5 und 6 entspricht das zwei gegenläufigen Kreisbewegungen in der x-y-Ebene. Die allgemeine Lösung von 1 ist also Linearkombination einer Schwingung mit unverschobener Frequenz in Richtung des Magnetfeldes und von zwei gegenläufigen Kreisbewegungen mit erhöhter bzw. verringerter Frequenz. Die Frequenzänderung beträgt jeweils

$$\Delta\nu = \frac{1}{4\pi} \frac{e}{m} B \quad (11)$$

Die Bewegung des Elektrons führt zur Emission elektromagnetischer Wellen. Weil die Maxwell-Gleichungen linear sind, genügt es, die Emission von drei Ersatzelektronen zu untersuchen, die den oben gefundenen Lösungen entsprechen (siehe Abbildung 2). Das in Richtung des Magnetfeldes schwingende Elektron strahlt wie ein schwingender Dipol ab, d.h. in Richtung des Magnetfeldes findet keine Emission statt und senkrecht dazu wird linear polarisiertes Licht ausgesandt. Eine Kreisbewegung entspricht zwei senkrecht zueinander schwingenden Dipolen mit einer Phasenverschiebung von $\pi/2$, d.h. bei longitudinaler Beobachtung erhält man zirkular polarisiertes Licht und bei transversaler Beobachtung linear polarisiertes Licht. Die in Abbildung 1 dargestellte Aufspaltung inklusive der Polarisation der Linien kann also mit dieser Theorie erklärt werden.

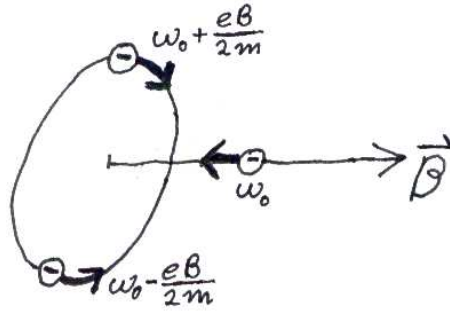


Abbildung 2: Zerlegung in drei Ersatzelektronen

2.2 Der anomale Zeeman-Effekt (nach [5] und [1])

Bei vielen Spektrallinien stimmt die Zeeman-Aufspaltung aber nicht mit der Lorentzschen Theorie überein. Es wurden auch Aufspaltungen in mehr als drei Linien beobachtet. Die Rungesche Regel half dabei, die experimentellen Ergebnisse zu ordnen. Sie besagt, dass die anomale Zeeman-Aufspaltung immer in rationalem Verhältniss zur normalen Aufspaltung steht:

$$\Delta\nu_{anom} = \frac{a}{b}\Delta\nu_{normal} \quad (12)$$

Quantenmechanisch werden die Spektrallinien durch eine Änderung des Energieniveaus der Elektronen erklärt, die beim Übergang frei werdende Energie wird in Form eines Photons abgestrahlt. Der Zeeman-Effekt beruht dann auf einer Aufspaltung dieser Energieniveaus aufgrund der zusätzlichen Wechselwirkungsenergie des Atoms mit dem Magnetfeld. Für diese Zusatzenergie erhält man:

$$V_{m,J} = m_J g_J \mu_B B \quad (13)$$

Dabei ist J die Quantenzahl des Gesamtdrehimpulses, m_J die seiner z -Komponente, $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ das Bohrsche Magneton und g_J der Landé-Faktor, der wie folgt berechnet wird:

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (14)$$

L ist die Quantenzahl des Gesamtbahndrehimpulses und S die des Gesamtspins. Liegt ein Singulettssystem vor ($S = 0$), dann erhält man den normalen Zeeman-Effekt.

2.3 Das Fabry-Perot-Interferometer (nach [3] und [5])

Das in Abbildung 3 Fabry-Perot-Interferometer (FPI) besteht aus zwei verspiegelten ebenen Platten. Diese Platten müssen parallel zueinander ausgerichtet werden. Je nach Größe des Reflektionsvermögens der Platten gelangt dann ein geringer Teil des einfallenden parallelen Lichtes zwischen die Platten und wird dort mehrmals hin- und herreflektiert. Bei jeder Reflexion wird ein Teil des Lichtstrahls wieder aus dem FPI herausgelassen, wodurch seine Intensität exponentiell abnimmt. Die transmittierten Lichtstrahlen interferieren miteinander, die resultierende Intensität wird durch die Airy-Formeln beschrieben. Bei senkrecht einfallendem Licht ergibt sich auf der gegenüber liegenden Seite des FPI ein Intensitätsmaximum, wenn der doppelte Plattenabstand ein Vielfaches der Wellenlänge ist. Im Versuch

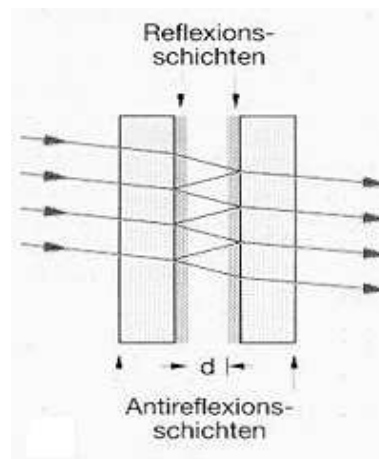


Abbildung 3: Das Fabry-Perot-Interferometer [3]

trifft paralleles Licht auf das FPI, das in verschiedenen Winkeln zur optischen Achse geneigt ist. Es tritt dann nur bei bestimmten Winkeln ein Maximum auf, so dass sich hinter dem FPI Ringe beobachtet werden. Der Bereich zwischen zwei Ringen wird Dispersionsgebiet genannt und entspricht einem Wellenlängenbereich von:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2d} \quad (15)$$

Dabei ist d der Plattenabstand und λ die Wellenlänge des Lichtes.

Um Verluste durch Absorption zu vermeiden werden die Platten mit dielektrischen Schichten verspiegelt, die allerdings nur in einem kleinen Wellenlängenbereich funktionieren.

2.4 Die Lummer-Gehrcke-Platte (nach [4])

Die Funktionsweise der Lummer-Gehrcke-Platte (LGP) ist identisch mit der des FPI. Der Unterschied ist, dass die LGP nur aus einer nicht verspiegelten Glasplatte besteht, die Lichtstrahlen werden dafür in ihr mit einem Winkel nahe der Totalreflexion reflektiert. Die LGP kann also für alle Wellenlängen verwendet werden. Zum Einkoppeln des Lichtes wird ein Prisma verwendet, um Reflektionsverluste zu vermeiden (siehe Abbildung 4). Die LGP erzeugt keine Ringe sondern horizontale Streifen. In der Formel für das Dispersionsgebiet muss noch die Brechzahl n des Glases berücksichtigt werden:

$$\delta\lambda = \frac{\lambda^2}{2nd} \quad (16)$$

3 Versuchsaufbau und Messprinzip

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 5 dargestellt. Es werden die Spektrallinien einer Zn-Dampfplampe untersucht. Die interessierenden Linien mit ihren Termübergängen sind:

	Wellenlänge	Übergang
λ_1	468,01 nm	$5^3S_1 - 4^3P_0$
λ_2	472,2 nm	$5^3S_1 - 4^3P_1$
λ_3	481,05 nm	$5^3S_1 - 4^3P_2$

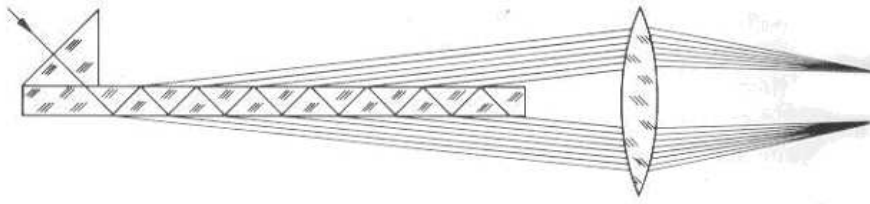


Abbildung 4: Die Lummer-Gehrcke-Platte [4]

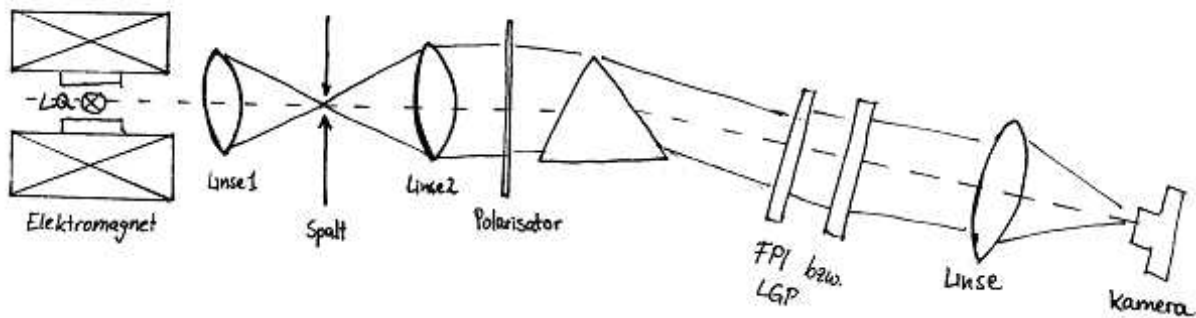


Abbildung 5: Der Versuchsaufbau

Das Feld des Elektromagneten ist so ausgerichtet, dass transversal zum Magnetfeld beobachtet wird. Der Polarisator wird dazu verwendet, die Linien mit $\Delta m = 0$ (die mittlere Linie beim normalen Zeeman-Effekt) auszublenden. Das Prisma zerlegt dann das Licht horizontal in Spektrallinien, das FPI bzw. die LGP macht dann die Zeeman-Aufspaltung der einzelnen Linien in vertikaler Richtung sichtbar (gekreuzte Dispersion¹). Die Interferenzringe des FPI sind aber nur so weit sichtbar, wie es der Spalt im Kollimator zuläßt, so dass das FPI wirklich nur in vertikaler Richtung aufspaltet. Dieses Bild wird dann mit einem Fernrohr auf die Kamera abgebildet und kann dann mit Hilfe eines Computers ausgewertet werden. Das Programm bestimmt die Aufspaltung in Bruchteilen des Dispersionsgebietes, welches nach Gleichung 15 bzw. 16 berechnet werden kann. Dazu muss der Plattenabstand des FPI mit einem Messmikroskop gemessen werden.

4 Auswertung

4.1 Messung mit dem FPI

Der Plattenabstand des FPI betrug $d = (5.575 \pm 0.050)$ mm. Für die Wellenlänge $\lambda_1 = 468.01$ nm ergibt das nach Gleichung 15 ein Dispersionsgebiet von $\delta\lambda = (19.64 \pm 0.18)$ pm. Für den Grundzustand 4^3P_0 dieser Linie gilt $m = 0$ (wegen $J = 0$), so dass sich nach Gleichung 13 keine Aufspaltung des Grundzustandes ergibt. Für den angeregten Zustand gilt jedoch $m = -1, 0, 1$ (wegen $J = 1$) und $g_J = 2$ ($L = 0$ und $S = 1$), man erhält also genau die doppelte Aufspaltung des normalen Zeeman-Effektes. Weil das Computerprogramm den

¹Damit man die Zeeman-Aufspaltung bei allen Linien Gleichzeitig beobachten kann, muss man das FPI vor das Prisma in den Stahlgang einbauen, damit das Zentrum der Interferenzringe auf jeder Linie zu sehen ist.

Aufnahme Nr.	Magnetfeld B [mT]	Aufspaltung [pm]	e/m [10^{11} C/kg]
22	$176,8 \pm 0,8$	$4,36 \pm 0,28$	$2,12 \pm 0,15$
24	$124,8 \pm 0,8$	$3,07 \pm 0,36$	$2,11 \pm 0,04$
25	$157,1 \pm 0,8$	$3,83 \pm 0,28$	$2,10 \pm 0,16$
26	$218,8 \pm 0,8$	$5,29 \pm 0,49$	$2,10 \pm 0,20$
27	$251,5 \pm 0,8$	$6,04 \pm 0,69$	$2,07 \pm 0,24$
28	$280,7 \pm 0,8$	$6,79 \pm 0,92$	$2,08 \pm 0,29$

Tabelle 1: Ergebnisse für $\lambda_1 = 468,01$ nm (FPI)

Aufnahme Nr.	Magnetfeld B [mT]	Aufspaltung [pm]	e/m [10^{11} C/kg]
30	$176,8 \pm 0,8$	$3,61 \pm 0,23$	$1,75 \pm 0,12$
33	$124,6 \pm 0,8$	$2,40 \pm 0,20$	$1,66 \pm 0,15$
35	$248,6 \pm 0,8$	$4,81 \pm 0,11$	$1,664 \pm 0,043$

Tabelle 2: Ergebnisse für $\lambda_1 = 468,01$ nm (LGP)

Abstand der äußeren Linien in Bruchteilen des Dispersionsgebietes liefert, kann nun die Aufspaltung der Linien und dann nach Gleichung 13 das Verhältnis e/m bestimmt werden. Die Umrechnung von Wellenlängenbereichen in Frequenzbereiche erfolgt nach der Formel $\Delta\nu = \frac{c}{\lambda_1^2} \Delta\lambda$. Die Ergebnisse sind in Tabelle 1 dargestellt. Der Literaturwert für e/m ist $2,76 \times 10^{11}$. Weil alle Messwerte nach oben abweichen, lag wahrscheinlich ein systematischer Fehler vor, z.B. könnte die Kamera falsch justiert gewesen oder der Plattenabstand des FPI falsch gemessen worden sein.

Diese Messung an den Linien $\lambda_2 = 472,2$ nm und $\lambda_3 = 481,05$ nm durchzuführen ist schwieriger. Der angeregte Zustand ist wie oben dreifach aufgespalten, für den Grundzustand gilt aber nicht wie oben $m = 0$, so dass auch der Grundzustand aufgespalten ist. Es ergeben sich somit mehr als zwei Linien. Weil alle Übergänge mit $\Delta m = 0$ durch den Polarisator ausgeblendet werden, bleiben nur Übergänge mit $\Delta m = \pm 1$ sichtbar. Diese Linien bilden zwei Gruppen, die aber aufgrund der zu geringen Auflösung nur als zwei Breite Linien sichtbar waren (und das auch nur bei großen Magnetfeldern).

4.2 Messung mit der LGP

Der Plattenabstand der LGP betrug $d = 5,07$ mm und ihre Brechzahl war $n = 1,5$ (Glas). Daraus ergibt sich nach Gleichung 16 ein Dispersionsgebiet von $\delta\lambda = 14,40$ pm. Analog zu oben wurde nun für die Linie $\lambda_1 = 468,01$ nm das Verhältnis e/m bestimmt. Das Ergebnis ist in Tabelle 2 zu sehen. Diese Werte stimmen gut mit dem Literaturwert überein.

Literatur

- [1] Haken/Wolf, Atom- und Quantenphysik
- [2] Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien
- [3] Demtröder, Experimentalphysik 2, Springer-Verlag, 2002

[4] Bergmann/Schäfer, Lehrbuch der Experimentelphysik, Band 3, Walter de Gruyter, 1993

[5] Praktikumsanleitung

A Messprotokoll